

DOI: 10.13849/j.issn.1006-6578.2025.01.013

弯曲成形网壳结构稳定性分析

余卫江^{1,2}, 谢恩莅^{3,4}, 姜涛⁴

(1. 悉地国际设计顾问(深圳)有限公司, 广东 深圳 518057;

2. 悉地(苏州)勘察设计顾问有限公司, 江苏 苏州 215011;

3. 浙江树人学院 城建学院, 浙江 杭州 310015; 4. 浙江大学 空间结构研究中心, 浙江 杭州 310058)

摘要: 弯曲成形网壳是一种独特的网壳结构, 其曲面形态由弯曲平面网格获得. 弯曲成形网壳结构由德国工程师 Frei Otto 提出, 相关理论研究主要集中于网壳成形过程的模拟, 但鲜见对其成形后稳定性能的分析. 本文采用 ABAQUS 对三种典型形态(球面、椭球面和马鞍面)的弯曲成形网壳结构进行了成形模拟和稳定性分析, 并探讨了不同铰节点形式(剪式铰、球铰)对网壳稳定性能的影响. 结果表明, 球铰弯曲成形网壳的稳定性能弱于剪式铰弯曲成形网壳. 此外, 球面弯曲成形网壳的失稳模态包括对称失稳和反对称失稳; 椭球面弯曲成形网壳因长短轴方向刚度差异, 不易发生反对称失稳; 马鞍面弯曲成形网壳因两侧无约束, 其失稳模态为侧向失稳.

关键词: 弯曲成形网壳; 稳定性; 剪式铰; 球铰

中图分类号: TU393.3

文献标志码: A

文章编号: 1006-6578(2025)01-0013-06

Stability analysis of bending-active gridshells

YU Wei-Jiang^{1,2}, XIE En-Li^{3,4}, JIANG Tao⁴

(1. CCDI International Design Consulting (Shenzhen) Co., Ltd., Shenzhen 518057, China;

2. CCDI (SuZhou) Exploration & Design Consulting Co., Ltd., Suzhou 215011, China;

3. College of Urban Construction, Zhejiang Shuren University, Hangzhou 310015, China;

4. Space Structures Research Center, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: Bending-active gridshells, initially proposed by German engineer Frei Otto, are a unique structural form that derives their curved shape by bending a mat of planar grids. While existing research has focused on simulating the forming process of these gridshells, the issue of post-forming stability has received little attention. This paper addresses the stability analysis as well as forming simulation of bending-active gridshells with three typical shapes (spherical, ellipsoidal, and hyperbolic paraboloid). It also examines the impact of different joint forms (hinge and spherical) on their stability performance. The findings indicate that spherical joints weaken the stability performance of bending-active gridshells compared to hinge joints. In addition, the instability modes of spherical bending-active gridshells include symmetric and antisymmetric instability. Ellipsoidal bending-active gridshells, due to differences in stiffness between the long and short axes, are less prone to antisymmetric instability. Hyperbolic paraboloid bending-active gridshells, due to their unrestrained lateral boundaries, exhibit lateral instability.

Key words: bending-active gridshell; stability; hinge joint; spherical joint

收稿日期: 2024-06-25.

基金项目: 浙江省自然科学基金项目(LY15E080007).

作者简介: 余卫江(1980—), 男, 湖北鄂州人, 硕士, 高级工程师, 主要从事复材空间结构研究工作. E-mail: 87659702@qq.com

通信联系人: 谢恩莅, 男, 博士, 特聘副研究员. E-mail: xieenli@zjsru.edu.cn

弯曲成形是一项将原本直线或平面的构件(或结构)转变为曲线(或曲面)几何形态的技术. 该技术通过主动利用弯曲使构件(或结构)产生弹性变形, 形成的结构称为弯曲成形结构. 最简单的例子是向直杆施加端部推力等手段引入主动弯曲而形成的弯曲成形拱. 类似的, 由这种方法建造的弯曲成形网壳与普通网壳的区别在于, 弯曲成形网壳内部具有弹性变形引起的预应力, 而普通网壳内部无此初始应力.

由此可见, 弯曲成形网壳是一种独特的网壳结构, 其显著特点为通过对初始平面网格施加弹性变形来实现目标曲面形态^[1]. 如图 1 所示, 在初始状态下, 平面网格由上下两层相互垂直的通长构件组成, 构件在交叉点通过铰节点连接. 网壳成形时, 对平面网格外边缘施加向内的推力, 使得通长构件产生弹性弯曲与扭转, 从而改变结构形态. 在此过程中, 铰节点的作用至关重要: 通过释放部分或全部的节点转动自由度, 促使结构顺利实现形态变化.

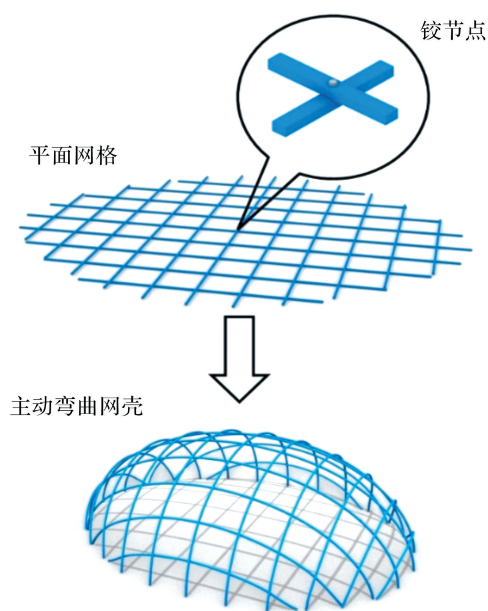


图 1 弯曲成形网壳结构示意图

Fig. 1 Illustration of bending-active gridshells

弯曲成形网壳结构的概念最初由德国著名工程师 Frei Otto 提出. 在此领域, 他的代表作是竣工于 1975 年的曼海姆多功能大厅^[2], 该建筑的网格采用木结构, 外形由两个互相连通的壳体组成, 充分体现了 Frei Otto 对轻型结构和自然形态的探索^[3,4]. 随着建材技术和施工技术的发展, 全球陆续落成了多座弯曲成形网壳结构^[5], 主体结构分别采用硬纸板^[6]、木材^[7-9]、纤维增强复合材料^[10-13].

虽然弯曲成形网壳结构的工程应用得到了较好

的发展, 但是其理论研究却相对滞后. 目前, 大部分理论研究集中于弯曲成形网壳的成形模拟^[14], 但其成形后受力性能关注较少, 尤其尚未见弯曲成形网壳结构稳定性的全过程非线性分析. 因此, 本文采用 ABAQUS 模拟弯曲成形网壳结构铰节点, 分别对三种不同形态(球面、椭球面和马鞍面)的弯曲成形网壳进行成形模拟和稳定性分析.

1 铰节点模拟

弯曲成形网壳中, 铰节点是非常重要的组成部分, 主要起两个作用: 1) 连接杆件形成网壳结构; 2) 释放部分或全部的节点转动自由度, 使平面网格弯曲成形时, 结构能够适应由平到曲的形态变化.

根据铰节点释放的节点转动自由度可以将其分成两类, 分别是剪式铰和球铰. 剪式铰仅释放节点的平面内转动自由度, 两个端点的平面内转动互相独立, 但平面外转动耦合. 球铰则释放全部的节点转动自由度, 包括平面内转动自由度和平面外转动自由度. 在实际弯曲成形网壳结构中, 螺栓式、夹片式、扣件式等节点形式^[5] 可视为剪式铰, 绑扎式节点^[5] 则可视为球铰. 以下介绍这两类铰节点的模拟方法.

1.1 剪式铰

如图 2 所示, 剪式铰连接上下两根杆件, 其端点分别为 A 和 B. 为便于描述, 过 B 点建立一个平面, 使之与连接 AB 的直线垂直, 将此平面称为 π 平面. 于是, 在局部坐标系下, 剪式铰的约束作用可描述为: A 点固定, B 点绕 AB 轴可在 π 平面内发生自由的角位移, 但 B 点的平面外角位移及线位移均与 A 点耦合. 可采用 ABAQUS 提供的连接器 Hinge Connector 实现剪式铰的模拟.

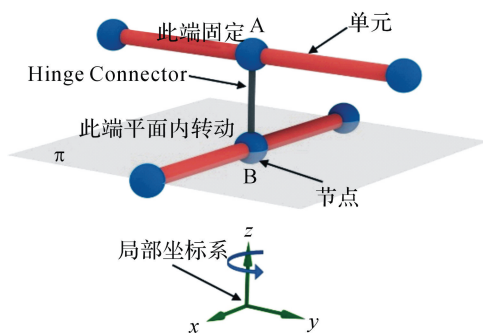


图 2 剪式铰示意图

Fig. 2 Illustration of a hinge joint

1.2 球铰

球铰采用 ABAQUS 中 Interaction 模块中的

Coupling 约束进行模拟. 如图 3 所示, A 点为主点, B 点为从点, B 点的线位移与 A 点耦合, 其角位移则独立于 A 点. 即 B 点相对于 A 点可发生自由的平面内角位移与平面外角位移.

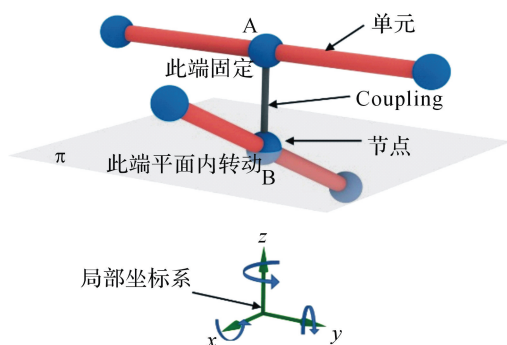


图 3 球铰示意图

Fig. 3 Illustration of a spherical joint

2 弯曲成形网壳成形模拟

本节以三个典型的曲面形态(球面、椭球面和马鞍面)为例,采用 ABAQUS 进行弯曲成形网壳的成形模拟. 在 ABAQUS 中网壳的成形与受力过程具体如下:初始平面网格布置在一个平面上,然后在每个杆件的端部施加线位移和角位移,使其向中间靠拢,同时对网壳施加向上的力使其向上拱起. 待网壳端部到达指定位置后,移除向上的力,即完成网壳的成形过程^[15,16]. 网壳成形后,在网壳中心点施加集中力并对网壳进行受力分析.

由于成形过程非线性强,本文采用 ABAQUS 提供的 Implicit 隐式动力算法进行成形过程模拟,确保计算收敛. 网壳的杆件均为圆管,外径 6 cm、壁厚 4 mm、弹性模量 30 GPa、剪切模量 3 GPa. 采用空间梁单元 B33 模拟网壳杆件,平均单元长度 0.24 m.

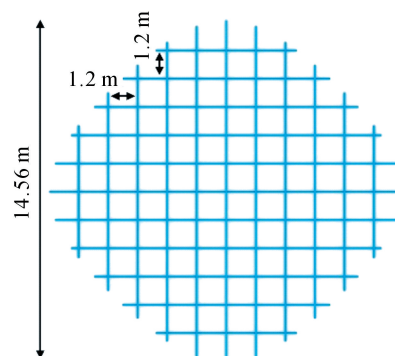
2.1 球面网壳

目标曲面为半径 4.6 m 的半球面,初始平面网格如图 4(a)所示:杆件长度范围为 5.64~14.56 m,网格尺寸为 1.2 m. 成形过程中,在每根杆件的端部施加位移至目标位置,由于杆件两端的距离减小,杆件发生弯曲,同时铰节点释放了节点的转动自由度,从而使结构形态逐步变化至目标曲面.

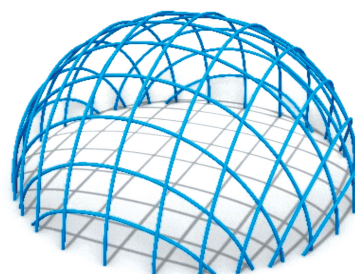
对于形态相同的初始平面网格,铰节点形式(剪式铰或球铰)对网壳最终形态影响很小. 因此,三个案例均以剪式铰球面网壳为例,显示成形后形态. 球面网壳成形后形态如图 4(b)所示.

2.2 椭球面网壳

目标曲面为长轴 9.2 m,水平方向短轴 6.8 m,



(a) 初始平面网格

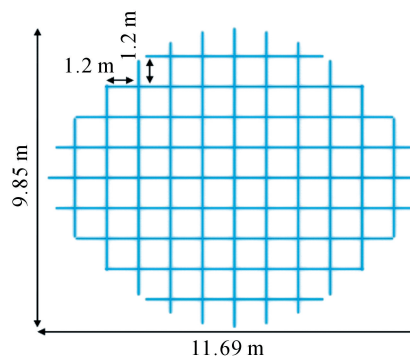


(b) 成形网壳

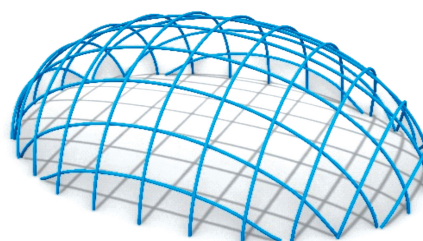
图 4 球面网壳成形

Fig. 4 Forming of spherical gridshell

竖直方向短轴 5.6 m 的半椭球面. 初始平面网格形状如图 5(a)所示:杆件长度范围为 3.91~11.69 m,网格尺寸为 1.2 m. 图 5(b)显示了剪式铰椭球面网



(a) 初始平面网格



(b) 成形网壳

图 5 椭球面网壳成形

Fig. 5 Forming of ellipsoidal gridshell

壳成形后形态。

2.3 马鞍面网壳

除了球面和椭球面,双曲抛物面也是一种适用于建筑的优美曲面形式,该曲面也称为马鞍面。本文采用的目标马鞍面数学表达式为:

$$\frac{x^2}{10.58} - \frac{y^2}{10.58} = z - 0.8 \quad (1)$$

初始平面网格形状,如图6(a)所示。杆件长度范围为1.23~14.26 m,网格尺寸为1.2 m。在网格上下两侧的端部边界施加位移,使其成形为马鞍面形状,其成形后形态如图6(b)所示。

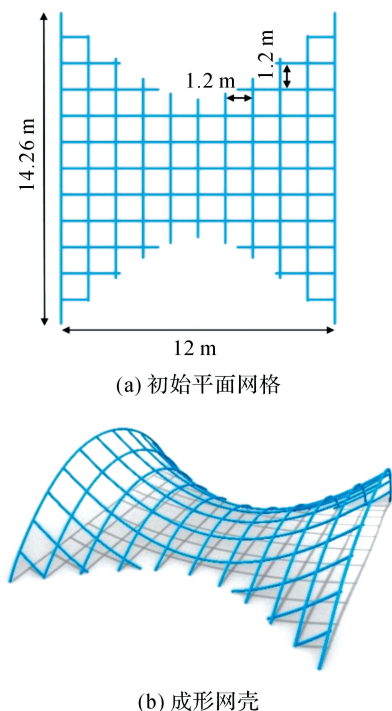


图6 马鞍面网壳成形

Fig. 6 Forming of hyperbolic paraboloid gridshell

3 弯曲成形网壳稳定性分析

本节对上一节中得到的三种弯曲成形网壳进行稳定性分析。值得说明的是,与普通网壳不同,上述网壳在承受外荷载前内部已具有成形过程中由弹性变形引起的初始预应力。对于每种弯曲成形网壳,分别探讨剪式铰和球铰两种铰节点形式对网壳稳定性的影响。

稳定性分析仍采用 ABAQUS 中的 Implicit 隐式动力算法。三种网壳均在中心点处受到竖直向下的集中荷载。由于网壳由上下两层杆件组成,因此每一个铰节点对应上下两个节点,集中荷载施加于网壳中心点的上节点。

3.1 球面网壳

图7展示了剪式铰球面网壳和球铰球面网壳的全过程荷载-挠度曲线。两者的荷载-挠度曲线整体趋势相似,但在加载初始阶段,球铰网壳的刚度小于剪式铰网壳。

此外,两者力学行为存在显著差异。加载初期,剪式铰网壳保持对称形态;加载中期,出现反对称失稳现象,网壳形态演变为反对称态;直至加载后期,其形态才再次恢复到对称态。出现反对称态是因为动力算法计算时会对结构引入微小的扰动,这相当于引入了初始缺陷。存在初始缺陷时,即使是对称结构在对称荷载作用下,仍可能出现反对称失稳现象。这三个阶段的典型网壳形态俯视图见图7。与此不同的是,球铰球面网壳在整个加载过程中均保持对称态。

两者不同的失稳形态是由于铰节点形式不同造成的。剪式铰耦合了平面外转动自由度,只释放了平面内转动。因此,剪式铰球面网壳在失稳时,网壳整体发生了平面内的转动。而球铰释放了节点所有转动自由度,节点在平面外的转动没有受到约束,因此球铰球面网壳不易发生反对称失稳。

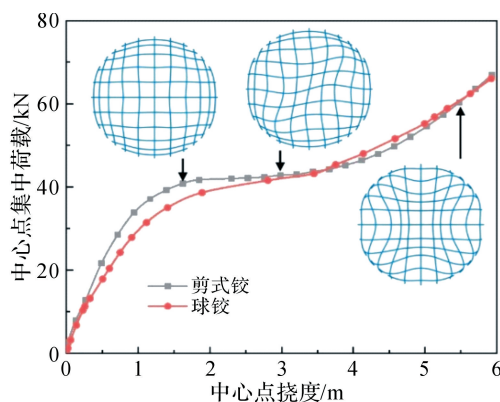


图7 球面网壳荷载-挠度曲线

Fig. 7 Load-deflection curves of spherical gridshell

为了更直观地对比两种网壳的失稳形态,图8和图9分别给出了挠度为3 m时,剪式铰球面网壳和球铰球面网壳的三视图和3D图。图8各视角下均可观察到剪式铰球面网壳沿着中心点发生了反对称扭曲。图9则表明球铰球面网壳的失稳形态是对称的。

3.2 椭球面网壳

不同于球面网壳,剪式铰椭球面网壳与球铰椭球面网壳在加载全过程中均呈对称态,而未出现反对称失稳现象。这是因为椭球面网壳长轴与短轴方向刚度存在差异,因此与球面网壳相比,较难发生反对称失稳。

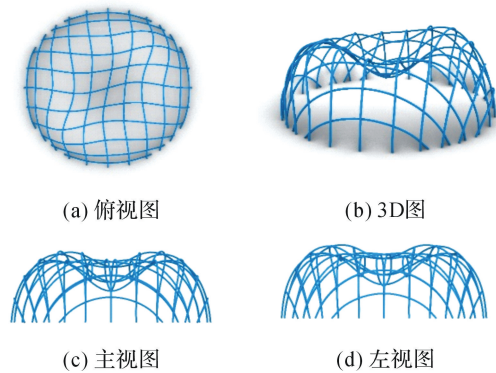


图 8 剪式铰球面网壳失稳形态

Fig. 8 Buckling mode of spherical gridshell with hinge joints

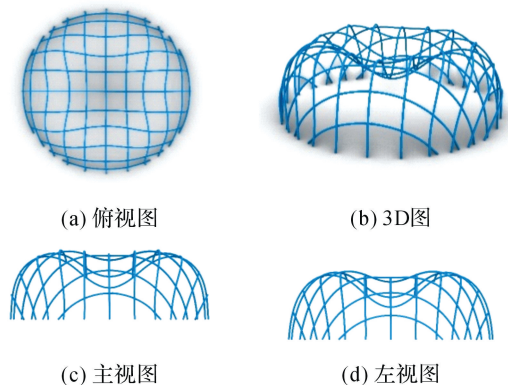


图 9 球铰球面网壳失稳形态

Fig. 9 Buckling mode of spherical gridshell with spherical joints

图 10 给出了椭球面网壳全过程荷载-挠度曲线。两条曲线的整体走势非常接近,但总体来说,采用球铰会略微降低椭球面网壳的刚度。对于椭球面网壳而言,不同铰节点形式对网壳变形形态的影响较小,因此图 10 仅给出了剪式铰网壳在不同加载阶段的典型形态俯视图。

图 11 则给出了挠度为 2.4 m 时,剪式铰椭球面网壳失稳形态的三视图和 3D 图。

3.3 马鞍面网壳

图 12 展示了剪式铰马鞍面网壳与球铰马鞍面网壳的荷载-挠度曲线。与球面网壳和椭球面网壳类似,球铰马鞍面网壳的初始刚度略低于剪式铰马鞍面网壳。马鞍面网壳的独特之处在于其左右两侧无约束,因此当荷载增大至一定程度时,网壳发生整体侧移,造成网壳侧向失稳,导致在这一区域荷载经历了一个下降阶段。此后,网壳逐步回复到对称形态,荷载也随之重新上升。无论采用剪式铰或球铰,马鞍面网壳在加载过程中的形态变化均呈现上述趋势。

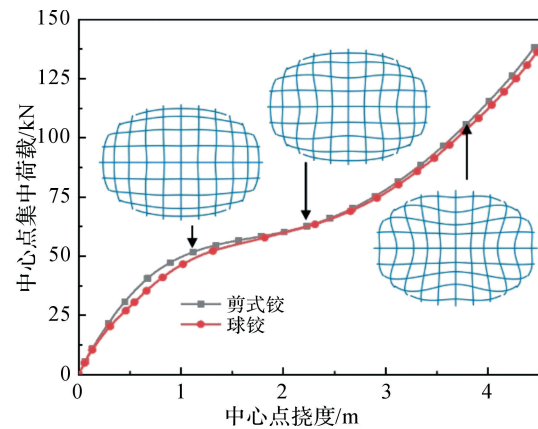


图 10 椭球面网壳荷载-挠度曲线

Fig. 10 Load-deflection curves of ellipsoidal gridshell

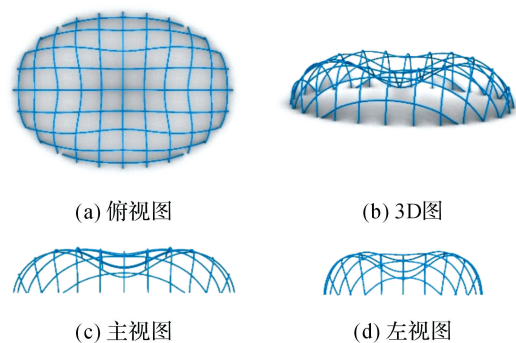


图 11 椭球面网壳失稳形态

Fig. 11 Buckling mode of ellipsoidal gridshell

图 12 以节点采用剪式铰为例,给出了马鞍面网壳在不同加载阶段的典型形态俯视图。

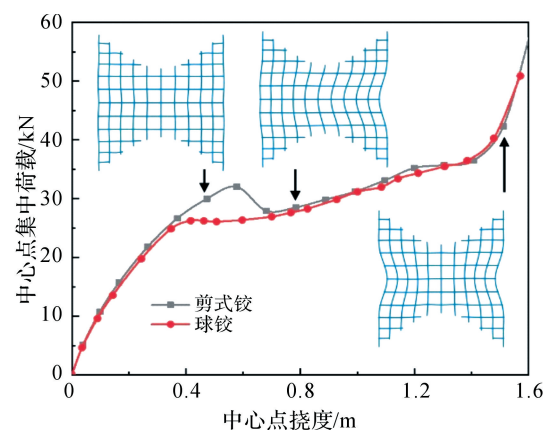


图 12 马鞍面网壳荷载-挠度曲线

Fig. 12 Load-deflection curves of hyperbolic paraboloid gridshell

此外,对比两者的荷载挠度曲线可以发现,当节点为球铰时,发生侧向失稳时对应的荷载和挠度明显较低。这表明由于球铰的约束较弱,因此球铰马鞍面网壳较剪式铰马鞍面网壳更易发生侧向失稳。

图13给出了挠度为0.8 m时,剪式铰马鞍面网壳失稳形态的三视图和3D图。从图中可以看出,网壳向左侧发生了整体侧移。

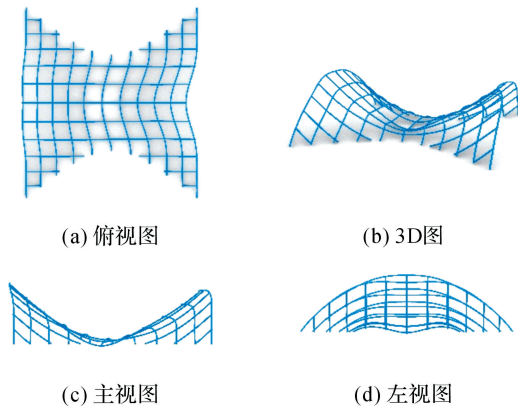


图13 剪式铰马鞍面网壳失稳形态

Fig. 13 Buckling mode of hyperbolic paraboloid grid-shell

4 结 论

本文采用 ABAQUS 对三种典型形态(球面、椭球面和马鞍面)的弯曲成形网壳结构进行了成形模拟和稳定性分析,并探讨了不同铰节点形式(剪式铰、球铰)对网壳稳定性能的影响。研究结果表明:

1)球面弯曲成形网壳失稳模态包括对称失稳和反对称失稳。剪式铰球面网壳较球铰球面网壳更倾向于发生反对称失稳。

2)椭球面弯曲成形网壳由于长轴与短轴方向刚度存在差异,因此相较球面网壳,更不易于发生反对称失稳。

3)马鞍面弯曲成形网壳由于左右两侧无约束,其失稳模态为侧向失稳,即失稳时网壳整体发生侧移且伴随荷载下降。球铰马鞍面网壳较剪式铰马鞍面网壳更易发生侧向失稳。

4)总体而言,由于球铰的约束作用弱于剪式铰,因此在相同形态下,球铰弯曲成形网壳的初始刚度和稳定性能弱于剪式铰弯曲成形网壳。

参考文献

[1] OTTO F. IL 10: Grid shells [R]. Stuttgart: Institute for Lightweight Structures, 1974: 10-26.
[2] BURKHARDT B, OTTO F. IL 13: Multihalle mannheim [R]. Stuttgart: Institute for Lightweight Structures, 1978: 6-16.
[3] HAPPOLD E, LIDDELL W. Timber lattice roof for the Mannheim Bundesgartenschau[J]. The Structural Engineer, 1975, 53: 99-135.

[4] LIDDELL I. Frei Otto and the development of gridshells [J]. Case Studies in Structural Engineering, 2015, 4: 39-49.
[5] 姜涛,宋一雄,宁楠.主动弯曲网壳结构综述[J].空间结构,2021,27(2): 24-33.
JIANG Tao, SONG Yi-xiong, NING Nan. Bending-active gridshells: a review [J]. Spatial Structures, 2021, 27(2): 24-33.
[6] 陈越,金海平.2000年德国汉诺威世博会日本馆[J].城市环境设计,2015(11): 190-193.
CHEN Yue, JIN Hai-ping. Japan pavilion for Expo 2000 in Hannover, Germany [J]. Urban Environment Design, 2015(11): 190-193.
[7] HARRIS R, HASKINS S, ROYNON J. The Savill Garden gridshell: design and construction [J]. The Structural Engineer, 2008, 86(17): 27-34.
[8] HARRIS R, KELLY O, DICKSON M. Downland grid-shell—an innovation in timber design[C]// Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Civil Engineering, 2003: 26-33.
[9] HARRIS R, ROMER J, KELLY O, et al. Design and construction of the Downland Gridshell [J]. Building Research & Information, 2003, 31(6): 427-454.
[10] DOUTHE C, BAVEREL O, CARON J F. Form-finding of a grid shell in composite materials[J]. Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, 2006, 47(1): 53-62.
[11] DOUTHE C, CARON J F, BAVEREL O. Gridshell structures in glass fibre reinforced polymers [J]. Construction and Building Materials, 2010, 24 (9): 1580-1589.
[12] BAVEREL O, CARON J F, TAYEB F, et al. Gridshells in composite materials: construction of a 300 m² forum for the solidays' festival in Paris [J]. Structural Engineering International, 2012, 22(3): 408-414.
[13] DU PELOUX L, TAYEB F, BAVEREL O, et al. Construction of a large composite gridshell structure: a lightweight structure made with pultruded glass fibre reinforced polymer tubes [J]. Structural Engineering International, 2016, 26(2): 160-167.
[14] XIE E L, SONG Y X, ZHANG P F, et al. FRP bending-active gridshells: numerical simulation and model test [J]. Structures, 2024, 61: 106064.
[15] D'AMICO B, KERMANI A, ZHANG H. Form finding and structural analysis of actively bent timber grid shells[J]. Engineering Structures, 2014, 81: 195-207.
[16] HUANG W, QIN L, CHEN Q. Numerical exploration on snap buckling of a pre-stressed hemispherical grid-shell[J]. Journal of Applied Mechanics, 2022, 89 (1): 011005.